

Cláudio Estevam Leite da Silva

**Predição da ocorrência de sinistros em seguro  
de automóveis utilizando sistemas baseados em  
regras *fuzzy***

Varginha - MG

2021

Cláudio Estevam Leite da Silva

**Predição da ocorrência de sinistros em seguro de  
automóveis utilizando sistemas baseados em regras *fuzzy***

Trabalho de conclusão de PIEPEX apresentado como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Ciência e Economia pelo Instituto de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal de Alfenas.

Orientador: Leandro Ferreira

Varginha - MG

2021

# Resumo

A lógica *fuzzy* tem potencial aplicação em diversas áreas do conhecimento. Em Ciências Atuariais, a lógica *fuzzy* é utilizada, por exemplo, na subscrição de seguros, estimativa de mortalidade e cálculo de prêmios. O objetivo do presente trabalho foi a construção de sistemas baseados em regras *fuzzy* (SBRFs) para avaliar a ocorrência de sinistros em seguro de automóveis, considerando o valor do veículo, idade do veículo e idade do condutor. Para tanto, foi utilizado o pacote *frbs* do *software* R, considerando funções de pertinência dos tipos triangular e trapezoidal, com diferentes quantidades de conjuntos *fuzzy*. Os SBRFs propostos foram capazes de prever a ocorrência de sinistros com assertividade suficientemente alta, servindo estes como ferramentas para auxiliar a seguradora na precificação de seguros de automóveis.

**Palavras-chaves:** predição de sinistros, conjuntos *fuzzy*, precificação de seguros.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Módulos de um SBRF. . . . .	9
Figura 2 – Aplicação SBRF - Variável de entrada: Idade. . . . .	11
Figura 3 – Aplicação SBRF - Variável de entrada: Estado de saúde. . . . .	11
Figura 4 – Aplicação SBRF - Variável de saída: Prêmio. . . . .	12
Figura 5 – Aplicação SBRF - Base de regras. . . . .	12
Figura 6 – Conjuntos <i>fuzzy</i> atingidos para idade igual a 32 anos. . . . .	13
Figura 7 – Conjuntos <i>fuzzy</i> atingidos para estado de saúde igual a 0,7. . . . .	13
Figura 8 – Resultado - Regra 1. . . . .	14
Figura 9 – Resultado - Regra 2. . . . .	14
Figura 10 – Resultado - Regra 3. . . . .	15
Figura 11 – Resultado - Regra 4. . . . .	15
Figura 12 – Aplicação SBRF - conjunto <i>fuzzy</i> de saída. . . . .	15

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Aplicação SBRF - Cenários. . . . .	16
Tabela 2 – Descrição das variáveis de entrada e saída dos SBRFs. . . . .	18
Tabela 3 – Sistemas baseados em regras <i>fuzzy</i> propostos. . . . .	19
Tabela 4 – Resultados da classificação dos SBRFs propostos. . . . .	20

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> . . . . .	<b>7</b>
<b>2.1</b>	<b>Lógica <i>fuzzy</i></b> . . . . .	<b>7</b>
2.1.1	Conjuntos <i>fuzzy</i> . . . . .	7
2.1.2	Sistemas baseados em regras <i>fuzzy</i> . . . . .	8
2.1.3	Recursos computacionais . . . . .	16
2.1.4	Lógica <i>fuzzy</i> e Precificação de seguros . . . . .	16
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>18</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> . . . . .	<b>20</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	<b>22</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>23</b>

# 1 Introdução

A lógica *fuzzy*, também chamada de lógica nebulosa, foi proposta inicialmente por Zadeh (1965), sendo uma forma de realizar um tratamento matemático de informações imprecisas, representadas por termos linguísticos. Como por exemplo, a variável valor do sinistro (valor da indenização a ser paga ao segurado) pode ser designada pelos termos linguísticos baixa, média e alta, a serem representados por conjuntos *fuzzy*, que são uma extensão da teoria dos conjuntos clássicos.

A lógica *fuzzy* deu origem a modelagem de sistemas baseados em regras *fuzzy* (SBRFs), que de acordo com Barros e Bassanezi (2015), são divididos em quatro módulos: fuzzificação, base de regras, inferência e defuzzificação. Os SBRFs podem ser aplicados em diversas áreas do conhecimento como: engenharias, biológicas, e humanas. No presente trabalho, a análise é voltada para a área de Ciências Atuariais mais especificamente em precificação de seguros, com a finalidade de apresentar mais uma opção para o ramo, podendo serem usados na subscrição de seguros, estimativas de mortalidade, expectativas de vidas e ocorrências de sinistros.

O objetivo principal do presente trabalho foi a construção de sistemas baseados em regras *fuzzy* para avaliar a ocorrência de sinistros em seguro de automóveis, considerando o valor do veículo, idade do veículo e idade do condutor.

## 2 Referencial teórico

### 2.1 Lógica *fuzzy*

O conceito de lógica *fuzzy* foi introduzido no meio científico em 1965, por Lofti Asker Zadeh (ZADEH, 1965), e teve como objetivo, estender conceitos da lógica clássica. Lofti Asker Zadeh propôs que as afirmações presentes no cotidiano não poderiam ser resumidas simplesmente nas possibilidades “verdadeiro” ou “falso”, podendo haver um meio termo. Com a lógica *fuzzy*, é possível estabelecer graus de pertinência de elementos a um determinado conjunto, não se limitando apenas as possibilidades “pertence” ou “não pertence”. Barros e Bassanezi (2015).

#### 2.1.1 Conjuntos *fuzzy*

Inicialmente, é preciso definir qual o comportamento do caso clássico para assim ser possível analisar um caso *fuzzy*. No caso clássico, a função característica apresentada na Definição 2.1.1 mostra que a pertinência de um elemento  $x$  ao subconjunto  $A$  de  $U$  é igual 0 ou 1, ou seja, o elemento  $x$  “não pertence” ou “pertence” ao subconjunto  $A$ , respectivamente.

**Definição 2.1.1** *Seja  $U$  um conjunto e  $A$  um subconjunto de  $U$ . A função característica de  $A$  é dada por:*

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A, \\ 0, & \text{se } x \notin A. \end{cases}$$

Bem como uma função característica é usada para determinar um subconjunto clássico, uma função de pertinência é usada para determinar um subconjunto *fuzzy*. No caso *fuzzy*, um elemento pode pertencer a um subconjunto *fuzzy* com grau de pertinência entre 0 e 1.

**Definição 2.1.2** *Seja  $U$  um conjunto clássico, um subconjunto *fuzzy*  $A$  de  $U$  é caracterizado por uma função  $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$ , chamada função de pertinência do subconjunto *fuzzy*  $A$ .*

No presente trabalho, serão usados de maneira indistinta os termos subconjuntos *fuzzy* e conjuntos *fuzzy*.

**Definição 2.1.3** *O  $\alpha$ -nível de um subconjunto *fuzzy*  $A$  é o subconjunto clássico de  $U$  definido por  $[A]^\alpha = \{x \in U : \mu_A(x) \geq \alpha\}$ , para  $\alpha \in (0, 1]$ .*

Define-se  $[A]^0$  como o fecho do suporte de  $A$ , que é indicado por  $\overline{\text{supp}A} = \overline{\{x \in U : \mu_A(x) > 0\}}$ .

**Definição 2.1.4** Um subconjunto fuzzy  $A$  é considerado um número fuzzy quando o conjunto universo de  $\mu_A(x)$  é o conjunto dos números reais  $\mathbb{R}$  e satisfaz as seguintes condições: todos os  $\alpha$ -níveis de  $A$  são não vazios; todos os  $\alpha$ -níveis de  $A$  são intervalos fechados de  $\mathbb{R}$  e;  $\text{supp}A = \{x \in \mathbb{R} : \mu_A(x) > 0\}$  é limitado.

Os números fuzzy podem assumir diferentes formas, sendo que as mais comuns são: triangular, trapezoidal e gaussiana. A seguir, são apresentados os números fuzzy triangular e trapezoidal.

**Definição 2.1.5** Um número fuzzy é dito triangular se  $\mu_A$  for da forma

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a, \\ \frac{x-a}{u-a} & \text{se } a < x \leq u, \\ \frac{b-x}{b-u} & \text{se } u < x < b, \\ 0 & \text{se } x \geq b. \end{cases}$$

**Definição 2.1.6** Um número fuzzy é dito trapezoidal se  $\mu_A$  for da forma

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{se } a \leq x < b, \\ 1 & \text{se } b \leq x < c, \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{se } c < x \leq d, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

## 2.1.2 Sistemas baseados em regras fuzzy

Um sistema baseado em regras fuzzy (SBRF) é uma forma de modelar matematicamente um problema com a finalidade de produzir respostas, dadas as entradas que estão sendo observadas em diferentes situações de um problema. Um caso específico de SBRF, é o controlador fuzzy, em que são realizadas ações partindo de condições. Um exemplo de controlador fuzzy é o funcionamento de um sensor de chuva de automóvel que analisa se está ocorrendo uma chuva considerada muito forte, tomando a decisão de acionar o para-brisa na velocidade máxima. Tal controlador tem como objetivo, tentar aproximar uma decisão que seria normalmente tomada por um ser humano. De acordo com Barros e Bassanezi (2015), um SBRF é constituído de quatro módulos que podem ser observados na Figura 1.

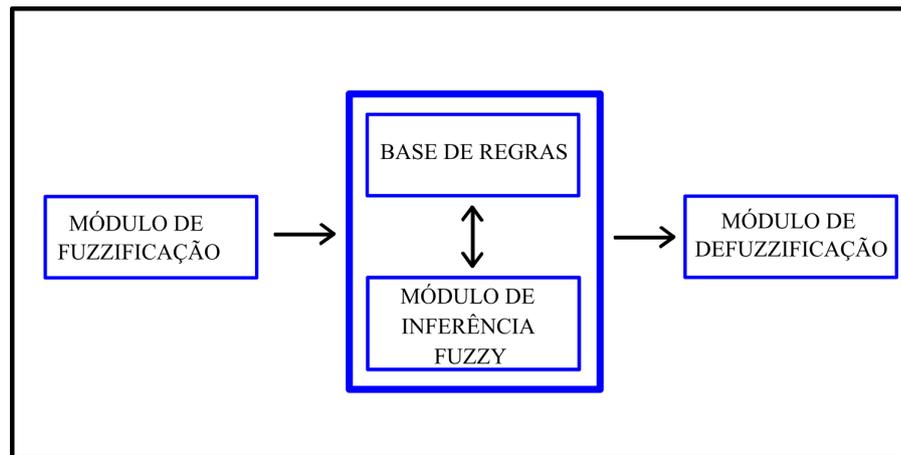


Figura 1 – Módulos de um SBRF.  
Fonte: Elaboração própria do autor.

- **Módulo de fuzzificação**

Neste módulo, as entradas são modeladas pelos conjuntos *fuzzy* e suas funções de pertinência. Aqui, tem-se evidente a necessidade de um especialista no problema que esta sendo representado, pois é ele o responsável por dar as condições para as funções de pertinência, seu formato e os limites de existência.

- **Módulo da base de regras**

Este módulo é considerado o núcleo do sistema, pois nele estão um conjunto de proposições construídas, preferencialmente, por um especialista ou considerando um banco de dados, da forma **Se... então...**, que são utilizadas no processo de inferência. Um exemplo de proposição é apresentado a seguir.

$$\begin{aligned} &\text{Se } x_1 \text{ é } A_1 \text{ e } x_2 \text{ é } A_2 \text{ e } \dots \text{ e } x_n \text{ é } A_n \\ &\text{Então } u_1 \text{ é } B_1 \text{ e } u_2 \text{ é } B_2 \text{ e } \dots \text{ e } u_n \text{ é } B_n \end{aligned}$$

em que  $x_i$  são as variáveis linguísticas modeladas pelo conjuntos *fuzzy*, no caso,  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Quando é dito que  $x_i$  é  $A_i$  equivale a dizer que a pertinência de  $x_i$  é tomada em  $A_i$ . No caso, chama-se o conjunto de condições  $A_1, A_2, \dots, A_n$  de antecedentes e o conjunto de ações  $B_1, B_2, \dots, B_n$  de consequentes.

- **Módulo de inferência *fuzzy***

Neste módulo, as regras serão aplicadas, sendo utilizadas para que saídas sejam geradas a partir das entradas que venham a ser inseridas no sistema. Para isso, as regras são levadas para uma forma matemática para que possam gerar uma resposta. Na realização desse procedimento, podem ser utilizados procedimentos, entre os quais aqui tem-se o de Mamdani e o de Takagi-Sugeno. Aqui, será apresentado o método de Mamdani.

## Método de Mamdani

Este método é o mais comum e utilizado em sistemas de controle *fuzzy*. De acordo com Barros e Bassanezi (2015), o método de inferência se baseia em uma relação de máximos e mínimos (max-min), para representar matematicamente os conectivos “e” e “ou”. De maneira formal, a relação *fuzzy*  $\mathbf{R}$  (relação que modela a base de regras) é o subconjunto *fuzzy* de  $X \times U$ , cuja função de pertinência é dada por:

$$\mu_{\mathbf{R}}(x, u) = \max_{1 \leq i \leq r} (\mu_{R_i}(x, u)) = \max_{1 \leq i \leq r} [\mu_{A_i}(x) \wedge \mu_{B_i}(u)]$$

em que o estado e o controle são representados respectivamente por  $x$  e  $u$ ,  $r$  é o número de regras da base, e  $A_i$  e  $B_i$  são subconjuntos *fuzzy* da regra  $i$ . Os valores de  $\mu_{A_i}(x)$  e  $\mu_{B_i}(u)$  são os graus em que  $x$  e  $u$  estão nos subconjuntos *fuzzy*  $A_i$  e  $B_i$ .

- **Módulo de defuzzificação**

O módulo de defuzzificação tem como objetivo traduzir a saída do módulo de inferência, que é uma variável linguística com domínio *fuzzy*, em um valor real. Esse módulo é utilizado quando se deseja que a resposta seja um valor numérico, pois caso a resposta possa ser linguística, esse procedimento não é necessário. Existem vários métodos de defuzzificação, como o Centro de gravidade, Centro dos máximos e Média dos máximos (BARROS; BASSANEZI, 2015). Aqui, será apresentado o método Centro de gravidade, que é o mais utilizado.

### Centro de gravidade

Também chamado de Centro de área, é um método que se assemelha à uma média ponderada, em que nesse caso, os pesos são os valores de  $\mu_A(x)$ , isto é, a pertinência de  $x$  em  $A$ . Este método resulta na média das áreas formadas em um subconjunto *fuzzy*, dado os graus de pertinência apresentados. Apesar de ser o mais complicado dos métodos, é ainda o mais utilizado. Ele é descrito mais formalmente pelas expressões 2.1 e 2.2, para os casos de  $x$  discreto e contínuo, respectivamente, sendo que  $G(A)$  é o valor defuzzificado do subconjunto *fuzzy*  $A$ .

$$G(A) = \frac{\sum_{i=0}^n x_i \mu_A(x_i)}{\sum_{i=0}^n \mu_A(x_i)}. \quad (2.1)$$

$$G(A) = \frac{\int_{\mathbb{R}} x_i \mu_A(x) dx}{\int_{\mathbb{R}} \mu_A(x) dx}. \quad (2.2)$$

**Exemplo 2.1.1** *Aplicação do método de Mamdani.*

Deseja-se calcular o valor do prêmio (valor que o segurado paga à seguradora pelo seguro) utilizando um SBRF pelo método de Mamdani, sendo o sistema constituído por duas variáveis de entrada, idade e estado de saúde, e a variável de saída, valor do prêmio. Foram considerados conjuntos fuzzy do tipo triangular. As variáveis de entrada e saída, com seus conjuntos fuzzy, são ilustradas nas Figuras 2, 3 e 4.

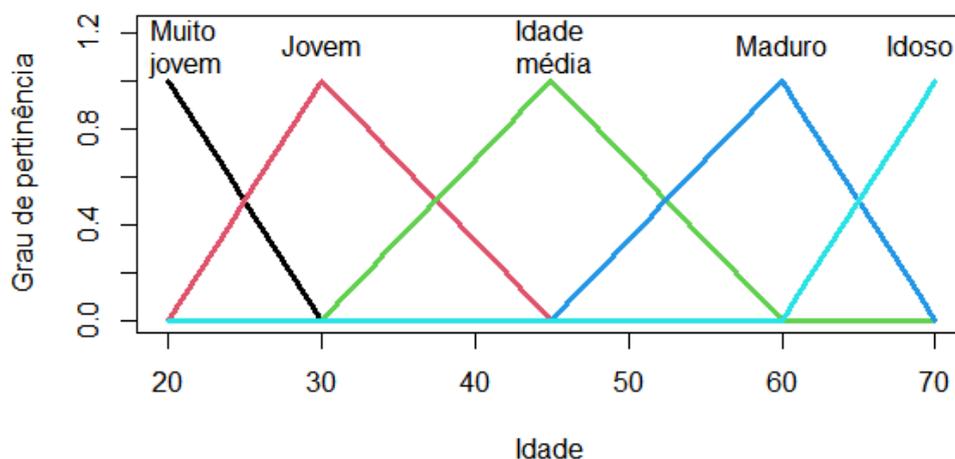


Figura 2 – Aplicação SBRF - Variável de entrada: Idade.  
Fonte: Elaboração própria do autor.

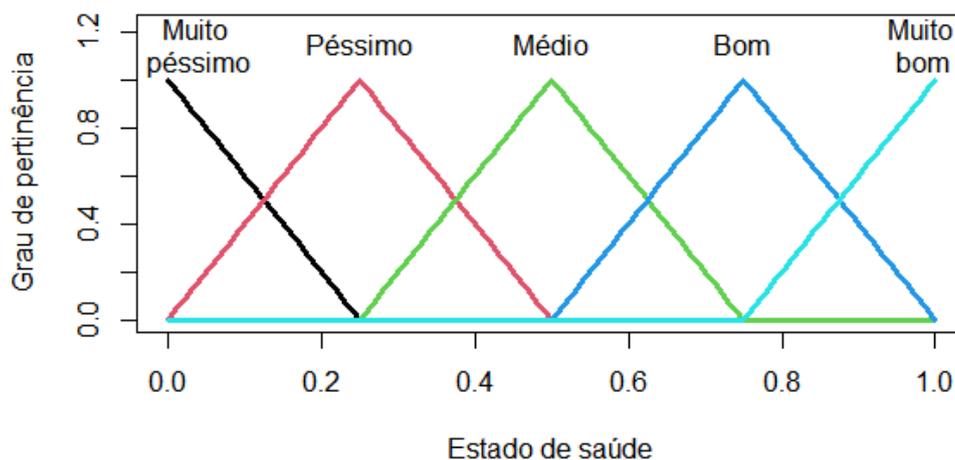


Figura 3 – Aplicação SBRF - Variável de entrada: Estado de saúde.  
Fonte: Elaboração própria do autor.

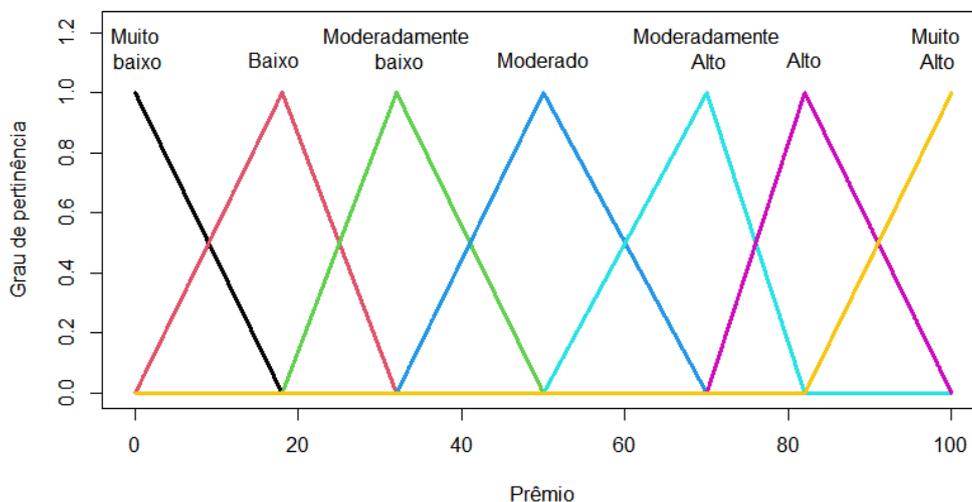


Figura 4 – Aplicação SBRF - Variável de saída: Prêmio.  
 Fonte: Elaboração própria do autor.

*O módulo de base de regras é apresentado na Figura 5, em que pode-se perceber a relação **Se idade é ... E estado de saúde é ... Então prêmio é .....***

ESTADO DE SAÚDE	IDADE				
	Muito jovem	Jovem	Idade média	Maduro	Idoso
Muito péssimo	Moderado	Moderadamente alto	Moderadamente alto	Alto	Muito alto
Péssimo	Moderadamente baixo	Moderado	Moderadamente alto	Moderadamente alto	Alto
Médio	Moderadamente baixo	Moderadamente baixo	Moderado	Moderadamente alto	Moderadamente alto
Bom	Baixo	Moderadamente baixo	Moderadamente baixo	Moderado	Moderadamente alto
Muito bom	Muito baixo	Baixo	Moderadamente baixo	Moderadamente baixo	Moderado

Figura 5 – Aplicação SBRF - Base de regras.  
 Fonte: Elaboração própria do autor.

*Para ilustrar o funcionamento do SBRF proposto, será calculado o valor do prêmio para um indivíduo que possui 32 anos e um estado de saúde igual à 0,7. Inicialmente, foram encontrados os graus de pertinência para cada um dos valores de entrada. De acordo com a Figura 6, para a variável idade, obteve-se  $\mu_{jovem}(32) = 0,87$  e  $\mu_{idademédia}(32) = 0,13$ . E na Figura 7, para a variável estado de saúde, obteve-se  $\mu_{médio}(0,7) = 0,2$  e  $\mu_{bom}(0,7) = 0,8$ .*

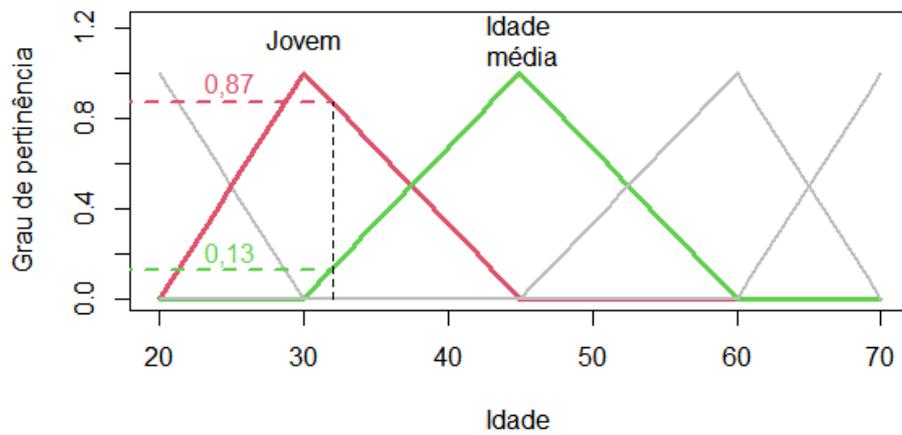


Figura 6 – Conjuntos *fuzzy* atingidos para idade igual a 32 anos.  
Fonte: Elaboração própria do autor.

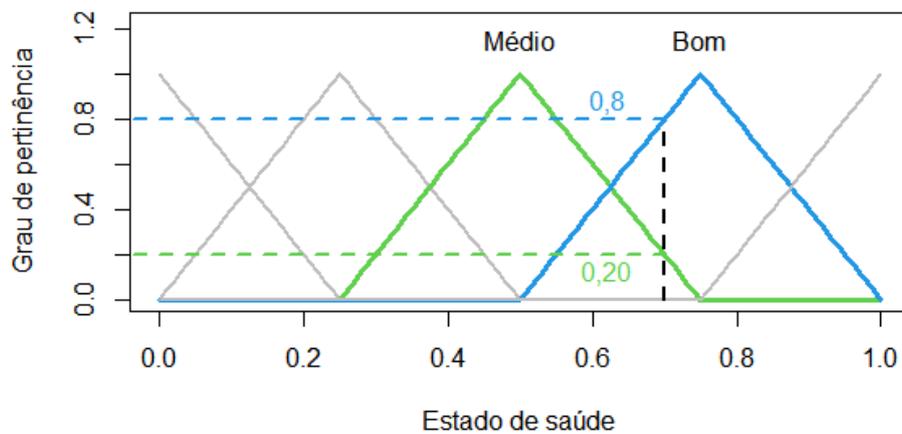


Figura 7 – Conjuntos *fuzzy* atingidos para estado de saúde igual a 0,7.  
Fonte: Elaboração própria do autor.

A seguir, são apresentadas as regras que foram atingidas com base nos valores das variáveis de entrada.

**REGRA 1:** Se idade é *jovem* e estado de saúde é *médio*  
Então prêmio é *moderadamente baixo*.

**REGRA 2:** Se idade é *jovem* e estado de saúde é *bom*  
Então prêmio é *moderadamente baixo*.

**REGRA 3:** Se idade é **idade média** e estado de saúde é **médio**  
Então prêmio é **moderado**.

**REGRA 4:** Se idade é **idade média** e estado de saúde é **bom**  
Então prêmio é **moderadamente baixo**.

Para cada uma das regras atingidas, é necessário realizar a operação de mínimo ( $\wedge$ ) entre os graus de pertinência referentes ao antecedentes de cada regra. As Figuras de 8 a 11 apresentam os resultados das operações de mínimo e os cortes realizados nos conjuntos fuzzy referentes aos consequentes de cada regra. A Figura 12 apresenta o conjunto fuzzy após a realização da operação de máximo entre os graus de pertinência dos consequentes de cada regra.

**REGRA 1:** Se idade é **jovem** e estado de saúde é **médio**  
Então prêmio é **moderadamente baixo**.

$$\mu_{jovem}(32) \wedge \mu_{médio}(0, 7) = 0, 2.$$

**REGRA 2:** Se idade é **jovem** e estado de saúde é **bom**  
Então prêmio é **moderadamente baixo**.

$$\mu_{jovem}(32) \wedge \mu_{médio}(0, 7) = 0, 8.$$

**REGRA 3:** Se idade é **idade média** e estado de saúde é **médio**  
Então prêmio é **moderado**.

$$\mu_{idade\ média}(32) \wedge \mu_{médio}(0, 7) = 0, 13.$$

**REGRA 4:** Se idade é **idade média** e estado de saúde é **bom**  
Então prêmio é **moderadamente baixo**.

$$\mu_{idade\ média}(32) \wedge \mu_{bom}(0, 7) = 0, 13.$$

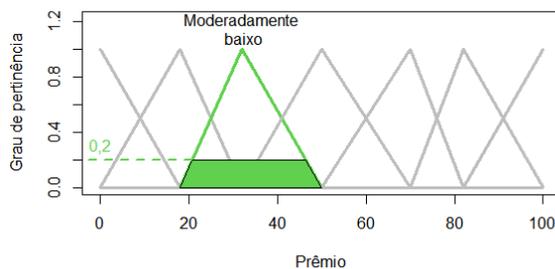


Figura 8 – Resultado - Regra 1.  
Fonte: Elaboração própria do autor.

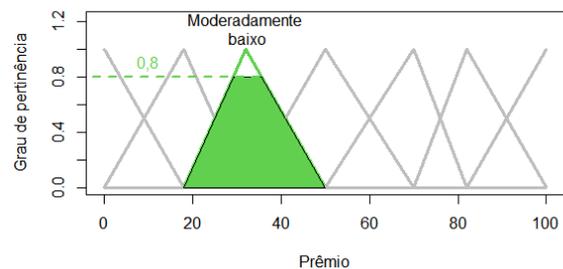


Figura 9 – Resultado - Regra 2.  
Fonte: Elaboração própria do autor.

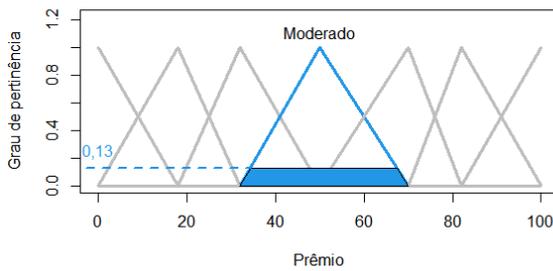


Figura 10 – Resultado - Regra 3.  
 Fonte: Elaboração própria do autor.

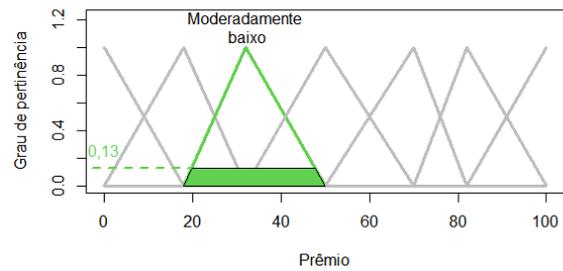


Figura 11 – Resultado - Regra 4.  
 Fonte: Elaboração própria do autor.

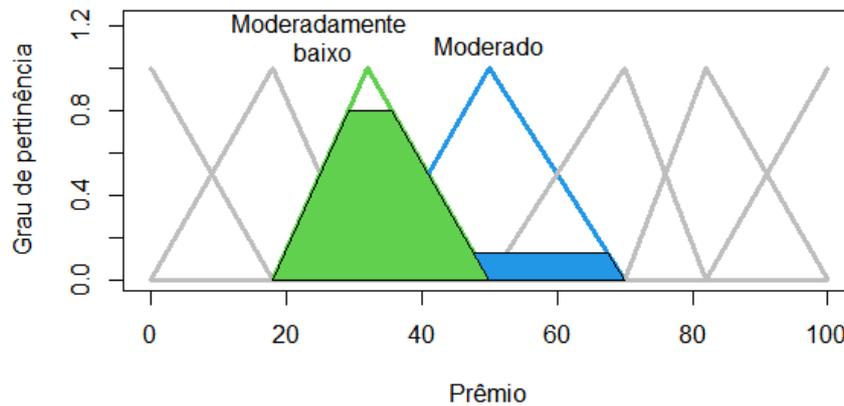


Figura 12 – Aplicação SBRF - conjunto *fuzzy* de saída.  
 Fonte: Elaboração própria do autor.

Por fim, obtido o conjunto fuzzy de saída, é preciso realizar o processo de defuzzificação. Aqui, foi escolhido o método Centro de gravidade, aplicando a expressão 2.1, encontrando o seguinte resultado:

$$G(A) = \frac{\sum_{i=0}^n x_i \mu_A(x_i)}{\sum_{i=0}^n \mu_A(x_i)} \approx 37,11.$$

Com isso, é possível concluir que o valor do prêmio para uma pessoa de 32 anos e com estado de saúde igual a 0,7 será de 37,11. Outros cenários são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Aplicação SBRF - Cenários.

Idade	Estado de saúde	Prêmio
20	0,5	33,33
50	0,8	40,83
28	0,2	50,31
44	0,6	44,67
67	0,85	89,02
53	0,74	75,63

Fonte: Elaboração própria do autor.

### 2.1.3 Recursos computacionais

Os cálculos apresentados anteriormente, na análise de um SBRF, se tornam inviáveis quando se trata de uma maior quantidade de variáveis e regras. Com isso, existem opções de implementação computacional através da construção de algoritmos, independente da linguagem de programação. Contudo, uma alternativa ainda mais viável é utilizar de ferramentas e pacotes desenvolvidos para cálculos *fuzzy*. Um exemplo disso são as ferramentas presentes no *software* MATLAB e os pacotes nas linguagens Python e R, como o *scikit fuzzy* e *skfuzzy* na linguagem Python, e os pacotes FuzzyNumbers, frbs e FuzzyToolkitUoN na linguagem R. A seguir, serão apresentados breves comentários sobre os pacotes FuzzyNumbers, frbs e FuzzyToolkitUoN presentes na linguagem R.

- **FuzzyNumbers**: o foco desse pacote são os números *fuzzy* e suas operações aritméticas (GAGOLEWSKI; CAHA, 2019);
- **frbs**: este pacote possui uma serie de funções voltadas para a construção de um SBRF, com aplicações de algoritmos de aprendizagem. Uma característica específica é que o pacote aceita apenas sistemas que possuem múltiplas entradas e uma saída (RIZA et al., 2015);
- **FuzzyToolkitUoN**: tal pacote é realmente uma caixa de ferramentas completa para a execução de um SBRF, indo desde a construção dos conjuntos *fuzzy*, até a inserção das regras e o processo de inferência. Também é possível apresentar de forma gráfica, as funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* (KNOTT; HOVELL; KARIMIAN, 2015).

### 2.1.4 Lógica *fuzzy* e Precificação de seguros

Em Ciências Atuariais, a lógica *fuzzy* é utilizada, por exemplo, na subscrição de seguros, estimativa de mortalidade, classificação de riscos e precificação de seguros (SHAPIRO, 2004; KUMAR; JAIN, 2012; SANCHEZ; PUCHADES, 2012; PATHAK P.; DWIVEDI, 2013).

O objetivo principal da precificação de seguros está em determinar o valor mínimo do prêmio que atenda a todos os custos da seguradora. Informações referentes as características dos segurados, como no estudo da ocorrência de sinistros, podem ser consideradas no cálculo do prêmio. No entanto, tais informações podem ser incertas, modeladas por conjuntos *fuzzy*.

De acordo com Pacheco (2014), existem vários elementos de precificação de seguros do ramo de seguros de automóveis, como por exemplo, o cálculo do prêmio puro agregado, propriedades de princípios de cálculos de prêmios, classificação de riscos e fatores de credibilidade. Em precificação de seguros, o modelo de risco coletivo pode ser utilizado no cálculo do prêmio. Nesse caso, as seguradoras podem agrupar as apólices em grupos de segurados que apresentam características se melhantes, de acordo com parâmetros associados as distribuições de probabilidade referentes a cada grupo. A lógica *fuzzy* pode ser utilizada para avaliar incertezas presentes em diferentes princípios de cálculos de prêmios, assim como, na classificação de riscos e nos parâmetros associados a distribuições de probabilidade.

### 3 Metodologia

Para a construção dos SBRFs, foi utilizado o banco de dados apresentado por [Jong e Heller \(2015\)](#), que se refere a informações sobre apólices de seguro de automóveis colhidas entre os anos de 2004 e 2005, na região da Austrália. Foram utilizadas 5000 observações das quais 315 (6,3%) possuem pelo menos um sinistro, sendo que 80% das observações foram consideradas na etapa de treinamento dos SBRFs e 20% na etapa de teste. Os SBRFs propostos possuem três variáveis de entrada, sendo elas: valor do veículo, idade do veículo e idade do condutor. Como variável de saída, tem-se a variável ocorrência de sinistros (1 - houve pelo menos um sinistro; 0 - não houve sinistro). A Tabela 2 apresenta uma descrição das variáveis de entrada e saída dos SBRFs.

Tabela 2 – Descrição das variáveis de entrada e saída dos SBRFs.

Variável	Intervalo
ocorrência de sinistros	(0) não, (1) sim
valor do veículo	\$0 - \$16.690 (em dolares australianos)
idade do veículo	1 (novo), 2, 3, 4, 5, 6
idade do condutor	1 (novo), 2, 3, 4

Fonte: Elaboração própria do autor.

Por meio do *software* R ([R Development Core Team, 2021](#)), foram gerados seis tipos de SBRFs, utilizando o pacote *frbs* ([RIZA et al., 2015](#)). Foi utilizado o algoritmo de aprendizagem proposto por [Chi, Yan e Pham \(1996\)](#), que é uma extensão do algoritmo proposto por [Wang e Mendel \(1992\)](#), baseado na partição dos domínios das variáveis para obter o sistema de regras, para problemas de classificação. Vale salientar que, o algoritmo de aprendizagem proposto admite conjuntos clássicos para a variável de saída, no caso, um conjunto clássico para cada categoria da variável ocorrência de sinistros.

O pacote *frbs* sugere o uso de diferentes formas de funções de pertinência, como, gaussiana, trapezoidal e triangular. Foram utilizadas funções do tipo triangular e trapezoidal, com diferentes quantidades de conjuntos *fuzzy* para as variáveis de entrada. Na etapa de defuzzificação, o pacote *frbs* disponibiliza cinco opções, sendo que as mais comuns são: média ponderada e centro de gravidade. Para esse trabalho, foi escolhido o método centro de gravidade.

A Tabela 3 apresenta os seis sistemas propostos, considerando diferentes funções de pertinência e quantidades de conjuntos *fuzzy* para as variáveis de entrada.

Tabela 3 – Sistemas baseados em regras *fuzzy* propostos.

Sistema	Número de conjuntos <i>fuzzy</i>	Função de pertinência
1	5	Triangular
2	10	Triangular
3	15	Triangular
4	5	Trapezoidal
5	10	Trapezoidal
6	15	Trapezoidal

Fonte: Elaboração própria do autor.

## 4 Resultados e discussão

Os resultados das classificações referentes a ocorrência de sinistros, considerando as etapas de treinamento (TR) e teste (TE), estão apresentados na Tabela 4, considerando 10 replicações (REP) de cada sistema proposto, sendo que cada replicação consiste na divisão aleatória do conjunto de dados para as etapas de treinamento e teste. Os sistemas S5TRI, S10TRI e S15TRI correspondem aos SBRFs com funções de pertinência triangulares com 5, 10 e 15 conjuntos *fuzzy*, respectivamente, e os sistemas S5TRA, S10TRA e S15TRA correspondem aos SBRFs com funções de pertinência trapezoidais com 5, 10 e 15 conjuntos *fuzzy*, respectivamente.

Tabela 4 – Resultados da classificação dos SBRFs propostos.

S5TRI			S10TRI			S15TRI		
REP	TR	TE	REP	TR	TE	REP	TR	TE
1	0,9420	0,9155	1	0,9400	0,9230	1	0,9353	0,9305
2	0,9417	0,9275	2	0,9397	0,9240	2	0,9410	0,9180
3	0,9267	0,9145	3	0,9343	0,9300	3	0,9393	0,9330
4	0,9293	0,9295	4	0,9303	0,9175	4	0,9423	0,9240
5	0,9257	0,9205	5	0,9350	0,9365	5	0,9380	0,9240
6	0,9400	0,9310	6	0,9357	0,9290	6	0,9440	0,9250
7	0,9227	0,9240	7	0,9320	0,9220	7	0,9317	0,9180
8	0,9240	0,9165	8	0,9350	0,9305	8	0,9370	0,9310
9	0,9373	0,9260	9	0,9340	0,9205	9	0,9410	0,9190
10	0,9230	0,9185	10	0,9353	0,9190	10	0,9470	0,9200
Média	0,9312	0,9224	Média	0,9351	0,9252	Média	0,9397	0,9243
S5TRA			S10TRA			S15TRA		
REP	TR	TE	REP	TR	TE	REP	TR	TE
1	0,9040	0,8860	1	0,9363	0,8905	1	0,9310	0,8765
2	0,8937	0,8620	2	0,9293	0,8925	2	0,9390	0,8925
3	0,9020	0,8890	3	0,9403	0,8905	3	0,9380	0,8930
4	0,9060	0,8790	4	0,9167	0,8810	4	0,9380	0,9015
5	0,8890	0,8770	5	0,9293	0,8850	5	0,9507	0,9130
6	0,8987	0,8830	6	0,9213	0,8875	6	0,9303	0,8960
7	0,8973	0,8835	7	0,9290	0,8790	7	0,9367	0,8870
8	0,8900	0,8585	8	0,9327	0,8965	8	0,9480	0,9000
9	0,9070	0,8825	9	0,9387	0,8930	9	0,9377	0,8940
10	0,8990	0,8720	10	0,9283	0,8940	10	0,9363	0,9045
Média	0,8987	0,8773	Média	0,9302	0,8890	Média	0,9386	0,8958

Fonte: Elaboração própria do autor.

Os SBRFs utilizando funções de pertinência triangulares apresentaram médias dos percentuais de acertos maiores que os sistemas utilizando funções de pertinência

trapezoidais, tanto na etapa de treinamento como na etapa de teste. De acordo com os resultados obtidos, na maioria das replicações realizadas, quanto maior o número de conjuntos *fuzzy*, maiores foram as médias dos percentuais de acertos. Na etapa de teste, os SBRFs propostos são capazes de prever a ocorrência de sinistros com assertividade suficientemente alta (acima de 85%). Dessa maneira, os SBRFs são ferramentas promissoras para auxiliar a seguradora na precificação de seguros de automóveis.

## 5 Considerações finais

Os SBRFs propostos no presente trabalho apresentaram resultados satisfatórios na predição da ocorrência de sinistros em seguros de automóveis. Foi possível concluir que existem variações na eficiência dos SBRFs, dependendo do formato dos números *fuzzy* e da quantidade de conjuntos *fuzzy* considerados.

Os modelos de precificação com informações incertas, como uma extensão dos modelos clássicos, trazem um estudo mais completo devido as incertezas que podem ser consideradas. A aplicação da lógica *fuzzy* pode auxiliar na avaliação de diferentes estratégias no momento da precificação de seguros de automóveis, buscando maior segurança financeira para a seguradora, ou até mesmo oferecendo produtos mais atrativos para o segurado.

Para estudos futuros, pretende-se acrescentar novas variáveis nos SBRFs, como o tempo que o condutor tem habilitação e a frequência com que usa o automóvel para trabalho e lazer, sendo estas variáveis também relevantes na predição da ocorrência de sinistros.

# Referências

- BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. *Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática*. Campinas: UNICAMP/IMECC, 2015.
- CHI, Z.; YAN, H.; PHAM, T. *Fuzzy Algorithms with Applications to Image Processing and Pattern Recognition*. Singapore: World Scientific, 1996.
- GAGOLEWSKI, M.; CAHA, J. *FuzzyNumbers Package: Tools to Deal with Fuzzy Numbers in R*. [S.l.], 2019. Disponível em: <<https://cran.r-project.org/web/packages/FuzzyNumbers/>>.
- JONG, P. D.; HELLER, G. Z. *Generalized linear models for insurance data*. Cambridge: Cambridge University Press, 2015.
- KNOTT, G.; HOVELL, L.; KARIMIAN, N. *FuzzyToolkitUoN: Type 1 Fuzzy Logic Toolkit*. [S.l.], 2015. Disponível em: <<https://cran.r-project.org/web/packages/FuzzyToolkitUoN/FuzzyToolkitUoN.pdf>>.
- KUMAR, S.; JAIN, H. A fuzzy logic based model for life insurance underwriting when insured is diabetic. *International Journal of Research in Engineering, IT and Social Sciences*, v. 2, p. 39–50, 2012.
- PACHECO, R. *Matemática Atuarial de Seguros de Danos*. São Paulo: Atlas, 2014.
- PATHAK P.; DWIVEDI, V. K. Fuzzy based pricing model for old age insurance. *International Journal of Fuzzy Logic Systems*, v. 3, n. 1, p. 47–54, 2013.
- R Development Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2021. Disponível em: <<http://www.R-project.org>>.
- RIZA, L. S. et al. frbs: Fuzzy rule-based systems for classification and regression in r. *Journal of Statistical Software*, v. 65, n. 6, p. 1–30, 2015.
- SANCHEZ, J. A.; PUCHADES, L. G. V. Using fuzzy random variables in life annuities pricing. *Fuzzy sets and systems*, n. 188, p. 27–44, 2012.
- SHAPIRO, A. F. Fuzzy logic in insurance. *Insurance: Mathematics and Economics*, v. 35, n. 2, p. 399–424, 2004.
- WANG, L. X.; MENDEL, J. M. Generating fuzzy rule by learning from examples. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v. 22, n. 6, p. 1414–1427, 1992.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and control*, Elsevier, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965.